

幼児の数の表象と抽象

Young Children's Representation of Number

(2001年3月31日受理)

加藤 泰彦

Yasuhiko Kato

Key words : number, representation, abstraction, Piaget.

Abstract

Sixty Japanese children between the ages of 3 years 4 months and 7 years 5 months were individually interviewed to investigate the relationship between their levels of abstraction (assessed by the conservation-of-number task) and their levels of representation (assessed by a task asking for their graphic representation of small groups of objects).

It was concluded that the two variables are closely related and that children can represent at or below their level of abstraction but not above this level. The educational implication drawn is that educators need to focus more on the mental relationships children make (abstraction) because the meaning children can give to conventional symbols depends on their level of abstraction.

問 題

幼児期の文字の表象(書き)については、すでにアルファベットではフェレイロとテベロスキーらの研究(Ferreiro and Teberosky, 1975; Read, 1975; Clay, 1975)、平仮名においても国立国語研究所を初めとするたくさんの研究(国立国語研究所, 1972; 山田英美, 1980; 島村直巳・三神広子, 1994)がある。しかし、数の表象(書き)については、わずかにフランス語によるシンクレアーら(A. Sinclair, F. Siegrist and H. Sinclair, 1983; H. Sinclair, A. Sinclair, and J. Bamberger, 1997)による研究や英語によるカミイ(Kamii, 2000)の研究のほかはほとんど知られていない。

シンクレアー(1983)らは、ジュネーブにある幼稚園と保育所で、4～6才の子どもたちに机の

上に置いた3個のボール、5個の家などの8種類の事物を見せ、鉛筆と紙を与えて机の上にある物を書いてもらった。その結果、次のような6つのタイプの表記を見いだした。

タイプ1の表記：事物の量をだまかに表象する。

タイプ1では、全ての事物が一連のフックや棒などで書かれ、“たくさんある”といっただまかな量の概念が表象される。例えば、3つのボールを| | | |，5つの家を| | | | | |と書いたりするのがそれである。

タイプ2の表記：事物の種類を表象する。

タイプ2では、事物の質的側面が表象され、年少の子どもたちがしばしば絵を描く。例えば、5つのミニチュアの家を1つの家の絵で描くのがそれである。

タイプ3の表記：事物の個数をシンボルを使って1対1対応で表象する。

タイプ3では、子どもたちは数量を表象するために文字のようなシンボル(ΓΓΓ)を作ったり、3つのボールを3つの慣習的な文字(T I LとかA E L)で表したりする。タイプ3は、量的な概念がはっきりと現れた最初の表記のタイプである。

タイプ4の表記：事物の個数を数字を使って1対1対応で表象する。

タイプ4では、例えば、3つのボールが3 3 3や1 2 3と書かれる。これらの子供達は、それによって同じ事物の数量(333)や数える行為(123)を表象しようとしている。

タイプ5の表記：事物の個数を基数値で表象する。

タイプ5では、例えば、3つのボールが3、5つの家が5と表され、事物の数量が一つの数字(基数値)によって表象される。

タイプ6の表記：事物の個数を基数値で、種類を文字で表象する。

タイプ6では、例えば、4本の鉛筆が4 pencils、5つの家が5 housesなどと書かれ、事物の個数(量的側面)と共に、事物の種類(質的側面)が単語で書き加えられる。

シンクレアーらの結果は、子どもたちの表象には事物の種類を表す質的側面の表象(タイプ2, 3, 6)と事物の個数を表す数量的側面の表象(タイプ1, 3, 4, 5, 6)の両方があることを示している。そして、シンクレアーらは、これらの表象が年齢と共に慣習的な表記へと進歩していくと説明したが、半数以上の子どもたちが複数のタイプの表記を用いたので、これらを段階的で順次的な数概念の表象の発達のレベルとはしなかった。

そこで、本研究は数量的側面の表象だけに焦点を当ててシンクレアーらの「表象課題」の実験を

行い、最初に幼児の数概念の表象がどのように発達していくかを明らかにする。そして次に、「数の保存課題」（抽象課題）を行って、幼児の数概念の構成、すなわち数の抽象能力の発達過程を明らかにする。そして最後に、数の表象の発達と抽象の発達との間の関係について明らかにする。というのは、子どもは彼らの知識の発達レベルに応じてそれらを表象するというピアジェの理論に照らして（ピアジェとインヘルダー、1968/1973）、子どもたちの数の構成における抽象のレベルと数の表象のレベルとの間には密接な関係があるに違いないと仮定するからである。

方 法

1. 被験児

被験児は、名簿から無作為に抽出した福山市内の2つの私立保育園と公立小学校、岡山市内の1つの私立保育園と公立小学校に通う保育園児と1年生の合計60人である。60人の子どもたちの内、3、4、5、6才児の各グループの人数はそれぞれ15人ずつであり、3才児の平均年齢は3才8か月、4才児は5才2か月、5才児は6才2か月、6才児は7才0か月であった。被験児の性差は特に考慮しなかったが、3才児は男子9名、女子6名、4才児は男子10名、女子5名、5才児は男子6名、女子9名、6才児は男子5名、女子10名であった。なお、本調査は2000年10月に行われた。

2. 数の表象課題

〈材料〉

- ① 白い紙（A4用紙）、黒のマーカー
- ② 4枚のお皿、3本のスプーン、6本の鉛筆、8個の積み木（立方体）

〈手順〉

- ① あらかじめ机の上に紙とマーカーを出しておく。はじめに子どもの名前と年齢を聞き、リラックスさせる。
- ② 机の上に4個のお皿を並べて、子どもに、「ここを（ぐると全体を指さして）よく見てちょうだい。」と言ってから、「ここにある物を（全体を指でさして）、お母さんによくわかるように、紙にかいてあげてちょうだい。」と言って、紙にかいてもらう。この時、面接者は「何個ありますか？、数はいくつありますか？」といった数字を書くことを暗示するような質問はしないよう注意する。書き終わったら、「これでお母さんによくわかる？もうこれで書き加えるものはない？」と聞いて、あれば書き足させ、なければ次の課題に進む。ただし、1年生等で、絵で描くのか、文字や数字で書くのかを聞かれた場合は、「あなたが一番よいと思うもので書いてちょうだい。」と言う。
- ③ 子どもが書いたものが判読できない場合には、「なにを書いたの？」、「どうしてこんなふうにしたの？」といった質問をして、説明してもらう。
- ④ 同様の手順で、3本のスプーン、6本の鉛筆、8個の積み木を行う。

3. 数の抽象課題

〈材料〉

赤色とお色のオハジキ各20個

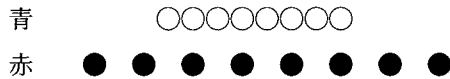
〈手順〉

① 1対1対応課題

面接者は子どもの横に座り、子どもの前にオハジキを8個並べる。「これと同じ数だけ並べてちょうだい。」と言って、子どもに並べてもらう。

② 保存課題（1対1対応ができた子）

面接者は「よく見てちょうだい。」と言って子どもの目の前で一方のオハジキを下図のように広げて、「青のオハジキは赤いオハジキと同じ数だけありますか？それとも赤の方が多い？青の方が多い？」と聞く。



もし子どもが「同じ」と答えたら、「どうして同じだと思うの？」と理由をたずねる。また、もし子どもが「長い方が多い」と答えたら、「どうしてこっちが多いと思うの？」と理由を聞く。

結果と考察

1. 数の表象課題

4才児の一人を除く全ての被験児が、解釈可能な表記をつくりだした。子どもたちの表記の特徴を分析した結果、次のような3つのタイプの表記が見られた。すなわち、タイプIは、事物の質的側面を表象するもので、事物の形や特徴を絵で描いたり、事物の名称を文字で書くのが特徴である。タイプIIは、事物の数量的側面を表象するもので、事物の個数と同じ数の絵やシンボルを描いたり、事物の個数と同じ数の数字を書くのが特徴である。タイプIIIは、事物の質的側面と数量的側面の両方を表象するもので、事物の名称を平仮名で、事物の数を基数値で書くのが特徴である。

以上のタイプに基づいて被験児60人の表記を分析した結果、タイプIは9人、タイプIIは36人、タイプIIIは14人であり、1人が解釈不能であった。これらの3つのタイプはシンクレアール（1997）の結果にも同様に見いだされたものである。なお、本研究の被験児には、複数のタイプにまたがった表記をしたものはいなかった。そこで、タイプ1の表記は事物の質的側面を表象したものなので除外し、データの分析はタイプ2と3の50人の表記に絞って行った。その結果、次のようなレベルを見いだすことができた。

レベルI：1対1対応のない表象

レベルIは、提示された事物の数と子どもたちが描いた絵やシンボルの数が一致していない。レ

ベル I には a と b の 2 つの下位レベルがみられる。

レベル I a : 絵やシンボルで事物の数を大まかに描く。

レベル I a は, 図 1. 1 と図 1. 2 のように, 絵やシンボルで事物の数を大まかに描く。

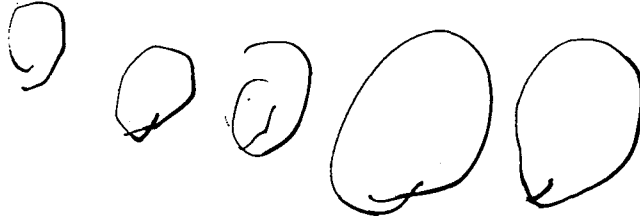


図 1. 1. 「4 枚のお皿」 おおはしうみ, 3 歳児 (3 歳 7 か月, NO. 13)

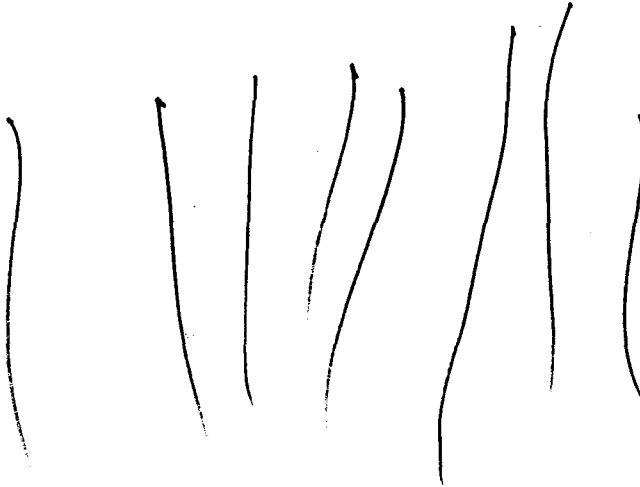


図 1. 2. 「6 本の鉛筆」 にしおゆうき, 3 歳児 (3 歳 6 か月, NO. 1)

レベル I b : 絵やシンボルで 3 個と 4 個の事物の場合は 1 対 1 対応するが, 6 個と 8 個の事物の場合は大まかに描く。

レベル I b は, 3 個と 4 個の事物は図 2. 1 のように数が一致した絵やシンボルを描くが, 6 個と 8 個の事物の場合は図 2. 2 のように大まかに描く。

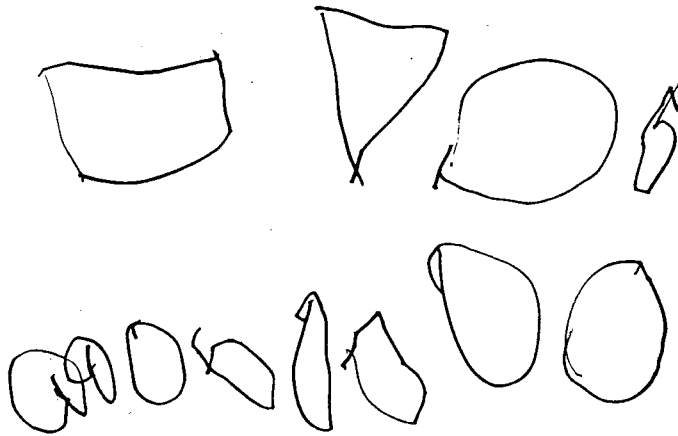


図2. 「4枚のお皿」と「3本の鉛筆」いのうえいより, 3歳児(3歳7か月, NO.12)

レベルII : 1対1対応による表象

レベルIIは、提示された事物の個数と子どもたちがかいた絵や数字の数が一致している。レベルIIにはaとbの2つの下位レベルがみられる。

レベルII a : 絵または絵と事物の名称の両方をかく。

レベルII aでは、提示された事物の数と絵の数を一致させてかく。例えば、図3.1のように、絵で描いたり、図3.2のように、それらの絵に文字を書き加えるのがそれである。

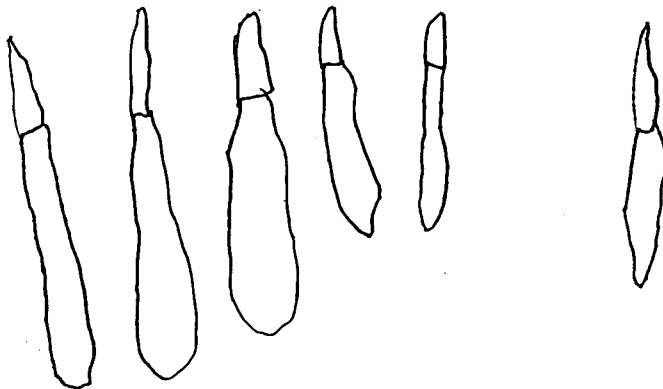


図3.1. 「6本の鉛筆」ふじいみか, 4歳児(5歳4か月, NO.25)

えしへつ

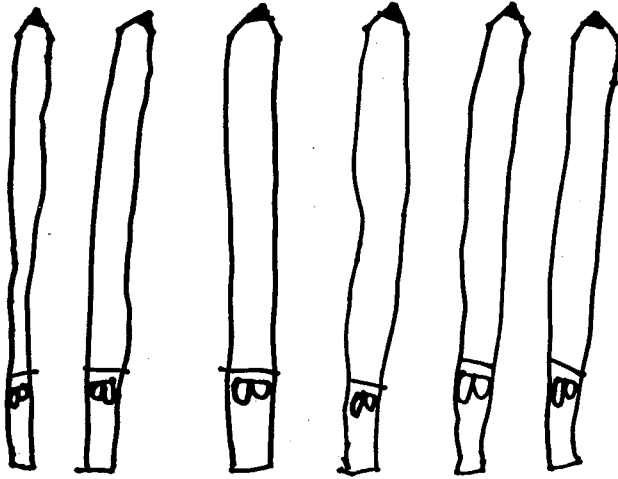


図3.2.「6本の鉛筆」かわかみあおぞら, 5歳児(6歳6か月, NO.45)

レベルII b : 数字を書く。

レベルII bでは, 図4のように, 提示された事物の数と数字の数を一致させて書く。



図4.「4枚のお皿」おおはしひかる, 4歳児(4歳10か月, NO.12)

レベルIII : 基数値または基数値と事物の名称の表象

レベルIIIは, 事物の集合が一つの数字(基数値)によって表わされる。レベルIIIには, aとbの2つの下位レベルが見られた。

レベルIII a : 基数値を書く。

レベルIII aでは, 図5のように, 提示された事物の集合を一つの数字(基数値)で書く。



図5. 「6本の鉛筆」ますえめい, 5歳児(6歳3か月, NO.31)

レベルIII b : 基数値と文の両方を書く。

レベルIII bでは, 図6のように, 提示された事物の集合を基数値と文で書く。

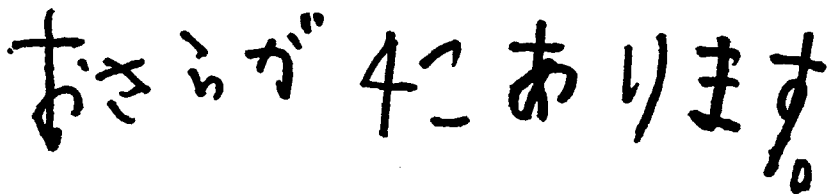


図6. 「4枚のお皿」やのしげひさ, 6歳児(6歳9か月, NO.53)

レベルIは, 提示された事物の個数と一致しない表象をするのが特徴である。そしてレベルIは全ての課題について提示された事物の個数と一致しない表象をするものと, 4個までの課題では一致するがそれ以上の個数になると一致しない表象をするものによって2つの下位レベルに分けられる。レベルIの子どもたちが提示された事物の数と対応した表象ができないのは, 1対1対応の操作ができないからである。しかし, レベルI bの子どもたちが4個までの事物と一致する表象ができるのは, 4~5までの数は「知覚数」であるため1対1対応の抽象能力がなくても表象できる可能性があるが, それ以上の数になるとそれでは不十分だからだと考えられる。

レベルIIは, 事物と1対1対応する表象をするのが特徴である。レベルIIの子どもたちが提示された事物の数と対応した表象ができるのは, 1対1対応の操作を獲得しているからである。さらに, レベルIIは絵で表象するものと数字で表象するものによって2つの下位レベルに分けられる。ここで注目したいのは, レベルII bの数字で表象する子どもたちである。これらの子どもたちは, 4枚のお皿を“1 2 3 4”と書いた。これは4枚のお皿を“1 2 3 4”と数える行為を数字で表象したものと考えられる。これらの表記では数字が用いられるが, まだシンボルのレベルであって, 基

数値を表象したものではないことは明らかである。しかし、シンボル（絵）よりも数字で表象しようとするレベルII bはII aよりも進んだレベルであり、レベルIIIへの進歩の前提をなすものであると考えられる。

レベルIIIは、基数値による表象が特徴である。すなわち、事物の集合を1つの数字（基数値）で表象できるようになる。レベルIIIは基数値だけで表象するものと基数値と文の両方で表象するものによって2つの下位レベルに分けられる。レベルIII aの子どもたちは、6本の鉛筆を“6”という基数値だけで表象する。レベルIII bになると、子どもは「お皿が4枚あります」というように基数値に加えて、文字で文を書き加えるようになる。これは事物の量的側面を基数値で表象し、事物の質的側面を文で表象したものである。

以上のレベル化に基づいて、子どもたちの表記を分析し、1人1人の子どもたちの表象のレベルを判定した。下位レベルをまとめて3つのレベルにすると表1のようになる。

表1. 各年齢の表象のレベル（人数）

年齢	レベ ル			計
	I	II	III	
3 歳	10	3	0	13
4 歳	2	10	0	12
5 歳	0	6	6	12
6 歳	0	5	8	13
計	12	24	14	50

2. 数の抽象課題

数の保存課題は、子どもたちの抽象能力のレベルを査定する目的で行われた。まず、1対1対応の課題で、面接者が8個のオハジキを並べて、「これと同じ数だけオハジキを並べてちょうだい」という質問は、目の前にある事物の集合に対して、1対1対応による抽象（論理的操作）が行えるかどうかを査定するものである。さらに、保存課題は、子どもたちが数概念を構成しているかどうかを査定するためのものである。すなわち、数の保存ができるということは、子どもたちが事物の集合に対して「階層的包摂」と「順序付け」という2つの抽象によって数概念を構成していることを意味している。そして、これら2つの抽象は1対1対応の課題における「対応」の抽象よりもより高いレベルの抽象である。というのは、1対1対応ができて保存ができない子はたくさんいるからである。したがって、私たちは1対1対応の課題と保存課題によって、子どもたちの数の抽象のレベルを知ることができる。その結果、次のような3つのレベルを見いだすことができた。

レベルI：1対1対応ができない。

レベルIの子どもたちは、同じ数の集合を作ることができない。例えば、レベルIの子どもたち

は、渡されたオハジキがなくなるまで全部のオハジキを並べてしまったり、2つの列の端の位置を合わせて同数ではないオハジキを並べたりする。

レベルII：1対1対応はできるが保存はできない（非保存）。

このレベルの子どもたちは1対1対応はできるが、保存はできない。レベルIIの子どもたちは2つの列が同数であることを確認した後で（1対1対応）、一方の列を長くすると、例えば、「赤い列の方が長いから赤いオハジキの方が多い」と答えたり、「くっついているから青の方が多い」と答えたりする。

レベルIII：保存ができる

このレベルの子どもたちは1対1対応ができ、保存もできる。レベルIIIの子どもたちは、2つの列の一方を長くしたり短くしたりするなど、どのような空間的配置でも当然のように2つの列のオハジキは同数だと答える。

レベルIの子どもたちは、同じ数の集合を作ることができないのが特徴である。これは、1対1対応による論理的操作、つまり抽象能力がないことを意味している。

レベルIIの子どもたちは1対1対応はできるが、数の保存はできないのが特徴である。これは、1対1対応による抽象はできるが、まだ数の保存に必要な可逆性（もとに戻せば2つとも同じだから）、補償性（長い方は間があいているだけだから）、同一性（オハジキを増やしても減らしてもいないから）などの論理的操作が未発達だからである。そのため、目に見える空間的な関係付けで数の多少を判断してしまうのである。

レベルIIIの子どもたちは、1対1対応ができ、保存もできるのが特徴である。これは、1対1対応に加えて、可逆性などの3つの論理的操作ができるようになるからである。それによって、子どもたちは事物の集合を「階層的包括」と「順序づけ」によって抽象し、数概念を構成する。したがって、「数の保存課題」における発達のレベルは、子どもたちの数の抽象能力が「1対1対応」から「順序づけ」、「階層的包括」といった抽象能力へと発達し、しだいにそれらが統合されていくことを示している。

なお、以上のレベル化に基づいて、年齢ごとのレベルを示せば表3のようになる。

表3. 各年齢の抽象のレベル

	レベル1	レベル2	レベル3	合計
3歳児	10	5	0	15
4歳児	0	10	5	15
5歳児	0	2	13	15
6歳児	0	2	13	15

3. 抽象のレベルと表象のレベルとの関係について

ピアジェによれば、人間は感覚器官を通して対象をあるがままに表象するのではなく、自らが構成したシエマ（認知的枠組）を通して対象を解釈する、すなわち、抽象することによって表象するのだと言う。たとえば、目の前にある3本のスプーンを紙に書くよう求めると、子どもたちはそれぞれ自分が解釈したことを表象する。ある子は個々のスプーンと1対1対応させて3本のスプーンの絵を描くかもしれないし、また、ある子は事物の集合を抽象して3と書くかもしれない。というのは、子どもたちはそれらの事物を見たとき、自分自身の「抽象」のレベルによってそれらを解釈し、それに基づいて「表象」を行うからである（Kamii, 2000）。

そのような観点から、まず抽象と表象との関係を明らかにするために、保存課題の抽象のレベルと表象課題のレベルとの関係について考察しよう。

ピアジェ（1952）によれば、数の保存ができるということは、子どもたちが可逆性等の論理的操作ができるようになり、それによって数概念の構成の前提となる「階層的包括」と「順序づけ」の抽象能力を獲得していることを意味している。そこでまず、保存課題の結果と表象課題で数的表象をした50人の結果をクロスさせて表示すれば表5のようになる。

表5. 抽象と表象のレベル

抽象のレベル	表 象 の レ ベ ル			
	I	II	III	合 計
I	8(16%)	0(0%)	0(0%)	8(16%)
II	4(8%)	14(28%)	0(0%)	18(36%)
III	0(0%)	10(20%)	14(28%)	24(48%)
合 計	12(24%)	24(48%)	14(28%)	50(100%)

これらの結果をカイ2乗で検定すると、2つのレベルの人数の偏りは1%レベルで有意であった($\chi^2(4)=47.56$, $p < .01$)。また、抽象のレベルと表象のレベルとの連関係数は $Cr.=0.689$ であり、抽象と表象のレベル間にかかなり強い連関があることが証明された。したがって、子どもたちの抽象のレベルと表象のレベルとの発達の間には密接な関係があることがわかる。また、3つの抽象のレベルを保存児と非保存児の2つに分けると、非保存児で表象のレベルがIの者は12人、IIの者は14人、IIIの者は0人であり、保存児で表象のレベルがIの者は0人、IIの者は10人、IIIの者は14人であり、これらの検定結果も1%レベルで有意であり($\chi^2(2)=22.26$, $p < .01$)、抽象のレベルと表象のレベルの連関係数は $Cr.=0.695$ であった。したがって、子どもたちの抽象のレベルと表象のレベルとの発達の間にはかなり強い連関があることがわかる。そこで、さらに各レベル間にもどのような特徴があるかを明らかにするために残差分析を行った。

表6. 残差分析の結果

抽象のレベル	表象のレベル		
	I	II	III
I	5.491 **	-2.964 **	-1.924 +
II	0.220 ns	3.160 **	-3.307 **
III	-3.817 **	0.861 ns	4.589 **

+ p < .10 * p < .05 ** p < .01

残差分析によると、1%レベルのプラスの有意差があったのは、抽象のレベルIと表象のレベルI、抽象のレベルIIと表象のレベルII、抽象のレベルIIIと表象のレベルIIIであった。より具体的には、抽象のレベルがIで表象のレベルもIの子どもが8人(16%)、抽象のレベルがIIで表象のレベルもIIの子どもが14人(28%)、抽象のレベルがIIIで表象のレベルもIIIの子どもが14人(28%)であった。つまり、抽象のレベルと表象のレベルが同じであったのは、50人中の大半を占める36人(72%)にも達している。この結果は、抽象の発達と表象の発達との強い連関の原因になっているのは、両方のレベルが同じ子どもたちであることを示唆している。

次に、抽象のレベルよりも表象のレベルの方が低かったのは14人(28%)で、抽象のレベルがIIIで表象のレベルがIIの子どもは10人、抽象のレベルがIIで表象のレベルがIの子どもは4人であった。しかし、表象のレベルの方が抽象のレベルよりも高い子どもは一人もいなかった。

このことから、子どもたちは一般に抽象と同じレベルで表象するか、または、時々抽象のレベルよりも低い表象を行う子どももいるが、彼らの抽象のレベルよりも高い表象を行う子どもはいないということが言える。

結 論

以上の結果から、抽象と表象の発達には密接な関係があり、子どもたちの表象は抽象のレベルを反映しており、抽象のレベルを越える表象はできないという結論を引き出すことができる。すなわち、レベルIでは、1対1対応の抽象能力がないため、子どもたちは事物の数とは対応しないたくさんの絵を描き、おおまかな数量を表象する。

レベルIIの表象では、1対1対応という抽象能力が進歩し、子どもたちはより正確な数で事物を見ることができるようになる。彼らの数的な抽象がより正確になるので、彼らはそれをより正確に表象することができるようになるのである。しかし、まだ事物の全体を1つの集合として抽象することはできない。

レベルIIIになると、数概念の構成を特徴づける抽象能力である「階層的包括」と「順序づけ」が構成され、事物の全体を1つの集合として抽象することができるようになるので、基数値で表象す

ることができるようになる。言いかえれば、数の表象を支配しているのは数の抽象のレベルであるといえよう。

本研究から引き出すことのできる教育的意義は、教育者たちは表象の教育よりもっと抽象の教育により多くの焦点を当てる必要があるということである。いわゆるワークブックや算数セットのような教材を用いて数を教えたり、足し算や掛け算九九を暗記させたり、数式などを機械的に書かせたりするのは、抽象よりも表象に中心をおいた教育であるといえる。必要なのは、そうした表象の教育よりも、むしろ子ども自身が論理的に考える（抽象）能力を育てることである。なぜなら、本研究の結果が示しているように、いくら表象についての知識や技能を教えても、子どもたちはそれについて自分が解釈した（抽象）ことしか理解できないからである。

引用文献

- Clay, M. M. (1975). *What did I write?* Auckland, New Zealand: Heinemann Educational Books.
- Kamii, C. (2000). *Young Children Reinvent Arithmetic*, 2nd ed. New York: Teachers College Press.
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge and Kegan Paul. (Original work published 1941)
- Piaget, J. (1977). *Piaget on Piaget* [videotape]. New Haven, CT: Yale University Media Design Studio.
- Read, C. 1975, Children's categorization of speech-sounds in English. Urbana, IL, *National Council of Teachers of English Reports*, No. 17.
- Sinclair, H. (1967). *Acquisition du langage et developement de la pensee*. Paris: Dunod.
(山内光哉訳『言葉の獲得と発達』誠信書房)
- Sinclair, A., Siegrist F., & Sinclair, H. (1983). Young children's ideas about the written number system.
In D. Rogers and J. A. Sloba (Eds.), *The acquisition of symbolic skills*.
(pp. 535-541).
New York: Plenum.
- Sinclair, A. (1988). *La notation numerique chez l'enfant*. In H. Sinclair (Ed.), *La production de notation chez le jeune enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- H. シンクレアー, A. シンクレアー, J. バンバーガー 1997 「数とりズムの表象」加藤泰彦
C. カミイ 編著 『幼児の読み書き』チャイルド本社
国立国語研究所 1972 『幼児の読み書き能力』東京書籍
山田英美 1980 「幼児の成長と文字」保育学年報, 26-45.
島村直巳・三神広子 1994 「幼児のひらがなの習得」教育心理学研究, 42, 70-76.